Баяжмалын агуулгын математик загвар

Б.Барысбек[1], Р.Энхбат[2]

[1]ШУТИС, Геологи Уул Уурхайн Сургууль, Ашигт Малтмалын Баяжуулалтын Технологи-3

[2]МУИС, Математикийн Хүрээлэн (Удирдагч багш)

[1]94531134, BarysbyekB@outlook.com

[2]99278403, renkhbat46@yahoo.com

Абстракт.

Бид энэхүү илтгэлд зэсийн баяжмалын металлын агуулгыг математик арга хэрэглэн загварчилж, өндөр чанарын баяжмал гарган авах нөхцлийг тодорхойлов. Металлын агуулгын функцийг 7 хувьсагчаас хамааруулан тодорхойлсон:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7,)$$

үүнд:

y – хам баяжмал дахь зэсийн агуулга

x_1 – хүдэр дэх нийт зэсийн агуулга, %

x_2 – хүдэр дэх исэлдсэн зэсийн агуулга, %

x_3 – хүдэр дэх анхдагч зэсийн агуулга, %

x_4 – цуглуулагч урвалжийн тун, г/т (aeroMX)

x_5 – цуглуулагч урвалжийн тун, г/т (BK-901)

x_6 – хөөсрүүлэгч урвалжийн тун, г/т (эмульс)

x_7 – нунтаглалтын бүтээгдэхүүн дахь -75 мкм ангийн гарц, %

Мөн түүнчлэн металлын агуулгын динамик нь ямар процессоор илэрхийлэгдэж буйг ARMA(p,q) загвараар шинжилсэн болно.

Түлхүүр үгс: зэсийн агуулга, математик загвар, мультиколлинеарити, серийн корреляци, ARMA.

Оршил

Аливаа баяжуулалтын процессын эцсийн бүтээгдэхүүн буюу баяжмалын ашигт эрдсийн агуулга нь түүний чанарыг тодорхойлогч нэн тэргүүний шалгууруудын нэг болдог. Тухайн тохиолдолд Эрдэнэт УБҮ-ийн хувьд баяжмал дахь зэсийн агуулгыг хянах нь чухал. Эрдэнэт УБҮ нь хам баяжуулалтын аргаар зэс болон молибдены баяжмалыг гарган авдаг өндөр хүчин чадалтай үйлдвэр юм. Зэсийн баяжмал дахь

металлын агуулгыг хянахын тулд салгах флотацийн тэжээл буюу хам баяжмал дахь зэсийн агуулгыг нарийвчлан авч үзэх нь ач холбогдолтой. Одоогийн байдлаар зарж буй зэсийн баяжмал дахь зэсийн агуулга 23% байгаа, мөн металл авалт нь 86.3% байгаа. Тус судалгааны ажлаар бид хам баяжмал дахь зэсийн агуулгыг ямар хүчин зүйлс тодорхойлж буйг судлахыг зорьсон бөгөөд дараа дараагийн судалгааны ажилд тус үр дүн суурь болж өгөх болно. Мөн түүнчлэн тус ажлын хүрээнд эконометрикийн болон статистикийн ажлуудад өргөн ашиглагддаг EViews 8-р үндсэн загварчлалыг гүйцэтгэсэн. Зарим симуляци, прогнозын хэсгийг Matlab R2014b программыг ашиглан гүйцэтгэсэн болно.

1. Математик загвар

Тус судалгааны ажилд бид 2014 оны 1-р сарын зэрэгцүүлсэн мэдээллийг хоногоор авч ашигласан болно. Үүнд:

- *Хам баяжмал дахь зэсийн агуулга* (y)
- *Хүдэр дэх нийт зэсийн агуулга* (x_1)
- *Хүдэр дэх исэлдсэн болон анхдагч зэсийн агуулгууд* (x_2, x_3)
- *Цуглуулагч aeroMX, цуглуулагч BK-901, хөөсрүүлэгчийн зарцуулалт* (x_4, x_5, x_6)
- *Нунтаглалтын бүтээгдэхүүн дэх -75мкм ангийн агуулга* (x_7)

Эхний ээлжинд бид ердийн хамгийн бага квадратын аргаар (ХБКА) дараах шугаман загварыг дэвшүүлэн үнэлсэн:

$$y = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 + c_5x_5 + c_6x_6 + c_7x_7 \qquad (1)$$

Дараах үр дүн гарч ирэв:

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/24/15 Time: 14:20
Sample: 1 31
Included observations: 31

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	13.46915	2.742915	4.910521	0.0001
X1	6.740029	2.683471	2.511684	0.0195
X2	-0.158217	0.217281	-0.728166	0.4739
X3	0.004825	0.013428	0.359301	0.7226
X4	-0.046589	0.123561	-0.377051	0.7096
X5	-0.400312	0.190543	-2.100903	0.0468
X6	0.034481	0.076156	0.452769	0.6550
X7	-0.003233	0.006369	-0.507556	0.6166

R-squared	0.448529	Mean dependent var	16.63645
Adjusted R-squared	0.280689	S.D. dependent var	0.355101
S.E. of regression	0.301169	Akaike info criterion	0.655347
Sum squared resid	2.086167	Schwarz criterion	1.025408
Log likelihood	-2.157882	Hannan-Quinn criter.	0.775978

F-statistic	2.672371	Durbin-Watson stat	1.736312
Prob(F-statistic)	0.035245		

Дээрхээс үзэхэд бидний сонгон авсан хувьсагчид хамтдаа хам баяжмал дахь зэсийн агуулгыг нилээн сайн тайлбарлаж байгаа хэдий ч (детерминацын коэффициент болон засварласан детерминацын коэффициентууд харьцангуй өндөр байна) эдгээр хувьсагчдаас 5 нь статистикийн хувьд ач холбогдолгүй байгаа юм.

Иймд эхний ээлжинд бидний сонгон авсан тайлбарлагч хувьсагчид хоорондоо хэрхэн хамааралтайг тогтоосон. Үүний тулд EViews 8 – аар ковариацын матриц болон харгалзах стандарт алдаануудыг тооцоолоод, корреляцын томъёогоор корреляцийн матрицыг байгуулав.

Ковариацын матриц

	c	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
c	7.523585	-5.74535	-0.33597	-0.02581	-0.18115	-0.26294	0.011361	-0.01
x1	-5.74535	7.201014	0.130866	0.009408	0.089218	0.095287	-0.00479	0.00596
x2	-0.33597	0.130866	0.047211	0.00145	0.006165	0.008433	-0.00099	0.000198
x3	-0.02581	0.009408	0.00145	0.00018	0.001027	0.001545	-0.0004	2.91E-05
x4	-0.18115	0.089218	0.006165	0.001027	0.015267	0.014898	-0.00663	0.000368
x5	-0.26294	0.095287	0.008433	0.001545	0.014898	0.036307	-0.00633	0.000669
x6	0.011361	-0.00479	-0.00099	-0.0004	-0.00663	-0.00633	0.0058	-7.77E-05
x7	-0.01	0.00596	0.000198	2.91E-05	0.000368	0.000669	-7.77E-05	4.06E-05

Корреляцийн матриц

	c	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
c	1	-0.78056	-0.56372	-0.70082	-0.53451	-0.5031	0.054387	-0.57265
x1		1	0.224444	0.261095	0.269076	0.186356	-0.02343	0.34869
x2			1	0.496971	0.229619	0.203686	-0.05998	0.143405
x3				1	0.618808	0.603855	-0.39021	0.340597
x4					1	0.632793	-0.70441	0.467346
x5						1	-0.43638	0.551366
x6							1	-0.1602
x7								1

Дээрхи хүснэгтийн дагуу хоорондоо хамааралтай тайлбарлагч хувьсагчид нилээдгүй байна. Статистикд ихэнхдээ 70% болон түүнээс дээш хувийн хамаарал байвал муьтиколлинеарити ажиглагдаж байна гэж үздэг. Стандарт алдаа болон бусад хувьсагчтай хамааралтай байгааг нь харглазан үзээд x_3 болон x_4 хувьсагчдыг хасах боломжтой ажиглагдаж байна. Гэхдээ тус шийдвэрийг гаргахын тулд тэдгээрийн хамтын нөлөөллийг *F* тестээр шалгаж үзэх хэрэгтэй (Joint

significance F test). Үүний тулд дээрхи (1) тэгшитгэл дээр нэмээд дараах хязгаарлагдсан (restricted model) шугаман загварыг үнэлэх хэрэгтэй:

$$y = c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_5 x_5 + c_6 x_6 + c_7 x_7 \qquad (2)$$

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/24/15 Time: 14:39
Sample: 1 31
Included observations: 31

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	13.89116	1.874426	7.410891	0.0000
X1	6.768513	2.497259	2.710377	0.0120
X2	-0.213458	0.182422	-1.170133	0.2530
X5	-0.393695	0.134654	-2.923748	0.0072
X6	0.010913	0.052466	0.207997	0.8369
X7	-0.002425	0.005469	-0.443389	0.6613

R-squared	0.431473	Mean dependent var	16.63645
Adjusted R-squared	0.317768	S.D. dependent var	0.355101
S.E. of regression	0.293304	Akaike info criterion	0.556773
Sum squared resid	2.150684	Schwarz criterion	0.834319
Log likelihood	-2.629978	Hannan-Quinn criter.	0.647246
F-statistic	3.794665	Durbin-Watson stat	1.686864
Prob(F-statistic)	0.010770		

Дээрхи үр дүн гарах бөгөөд дараах тестийг гүйцэтгэх шаардлагатай:

$H_0: c_3 = c_4 = 0$

$H_1: H_0 - \text{худал};$ $\quad F_0 = \dfrac{(SSR_r - SSR_{ur}) * \big(n - (k+1)\big)}{SSR_{ur} * q}$

$$= \frac{(2.150684 - 2.086167) * (31 - 7 - 1)}{2.150684 * 2} = 0.344981$$

Одоо *F* тархалтын хүснэгтээс критик утгыг харвал $F_{q,n-k-1}$=$F_{2,23} = 2.55$ байгаа бөгөөд бидний тооцооны утга F_0 критик утгыг даваж чадахгүй байгаа тул тэг таамаглалыг няцааж чадахгүй бөгөөд x_3 болон x_4 хувьсагчдыг загвараас хассан болно.

Одоо (2) загварын корреляцийн матрицыг байгуулбал:

Корреляцийн матриц						
	c	x1	x2	x5	x6	x7
c	1	-0.86503	-0.37718	-0.07377	-0.59375	-0.47203
x1	-0.86503	1	0.131421	-0.02373	0.23538	0.255272
x2	-0.37718	0.131421	1	-0.10182	0.123787	0.008597

x5	-0.07377	-0.02373	-0.10182	1	-0.01237	0.371939
x6	-0.59375	0.23538	0.123787	-0.01237	1	0.264869
x7	-0.47203	0.255272	0.008597	0.371939	0.264869	1

Эндээс үзэхэд тогтмолыг загвараас хасах нь оновчтой гэж харагдаж байна. Тиймээс дээрхи шиг *F* тестээр шалган түүнийг хасаж үнэлгээг дахин гүйцэтгэвэл:

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/24/15 Time: 14:59
Sample: 1 31
Included observations: 31

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1	22.77755	2.196696	10.36900	0.0000
X2	0.296453	0.296210	1.000819	0.3261
X5	-0.320081	0.235440	-1.359503	0.1857
X6	0.241778	0.074017	3.266526	0.0031
X7	0.016706	0.008453	1.976399	0.0588

R-squared	0.817495	Mean dependent var	16.63645
Adjusted R-squared	0.797110	S.D. dependent var	0.355101
S.E. of regression	0.514237	Akaike info criterion	1.654423
Sum squared resid	6.875421	Schwarz criterion	1.885712
Log likelihood	-20.64356	Hannan-Quinn criter.	1.729818
Durbin-Watson stat	1.774776		

x_3 болон x_4 хувьсагчдын тайлбарлах чадвар хэдий хангалтгүй байгаа ч тэдгээрийг хасах боломжгүй, учир нь *F* тестээр шалгахад тооцооны утга нь критик утгаас их буюу эдгээр хувьсагчид хамтдаа y-ийн өөрчлөлтийг тайлбарлаж байна. Онолын хувьд энэ ажиглалт зөв учир нь баяжмал дахь зэсийн агуулга цуглуулагч урвалжийн тун болон исэлдсэн хүдрийн агуулгаас хамаарах ёстой.

Эндээс бидний загварын тэгшитгэл дараах хэлбэртэй болно:

$$y = c_1x_1 + c_2x_2 + c_5x_5 + c_6x_6 + c_7x_7 \qquad (3)$$

Одоо тус загвараа Гаусс-Марковын нөхцлүүдийг хангаж байгаа эсэхийг шалгахын тулд дараах статистикийн тестүүдийг хийв:

- *Серийн корреляцын LM тест*

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	0.353107	Prob. F(2,24)	0.7061
Obs*R-squared	0.869764	Prob. Chi-Square(2)	0.6473

- *Гетероскедастиситигийн тест*

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey

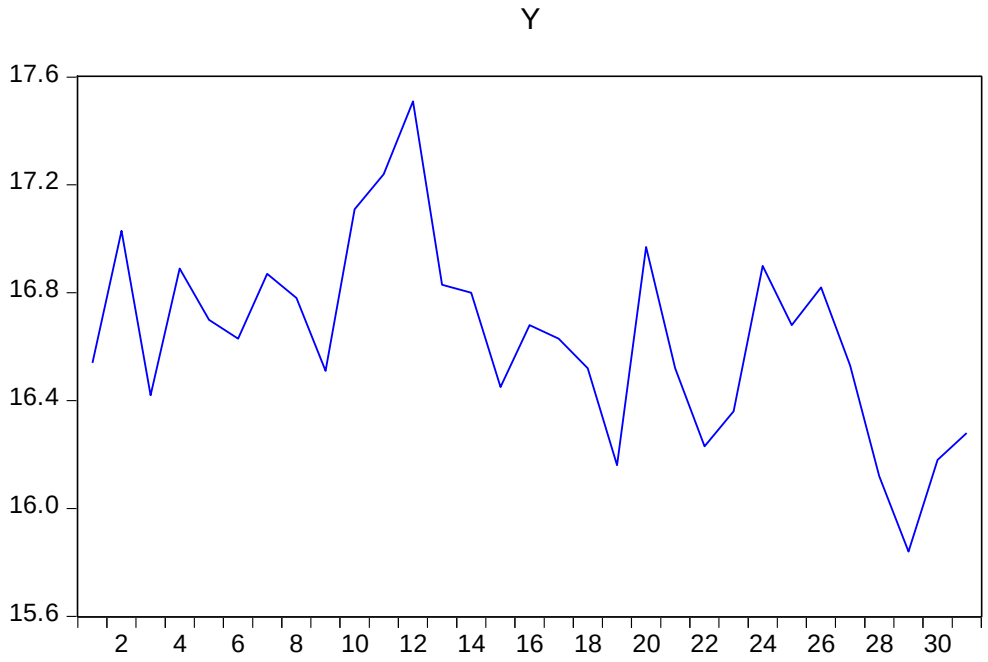
F-statistic	0.476408	Prob. F(5,25)	0.7903
Obs*R-squared	2.696777	Prob. Chi-Square(5)	0.7466
Scaled explained SS	1.093816	Prob. Chi-Square(5)	0.9546

Дээрх тестүүдийн үр дүнг авч үзэхэд бидний үнэлсэн регрессийн тэгшитгэл статистикийн хувьд хазайлтгүй бөгөөд тууштай үнэлгээ байна. Регрессийн тэгшитгэлээ эцсийн байдлаар дүрсэлбэл:

$$y = 22.7776x_1 + 0.2965x_2 - 0.3201x_5 + 0.2418x_6 + 0.0167x_7$$

2. Хам баяжмал дахь зэсийн агуулгын динамикийн шинжилгээ

Бидний авч үзэж буй хам баяжмал дахь зэсийн агуулга нь цаг хугацааны турш хэрхэн өөрчлөгдөж буйг графикаар дүрсэлбэл:



Тус процесс стационар стохастик эсэхийг шалгавал:

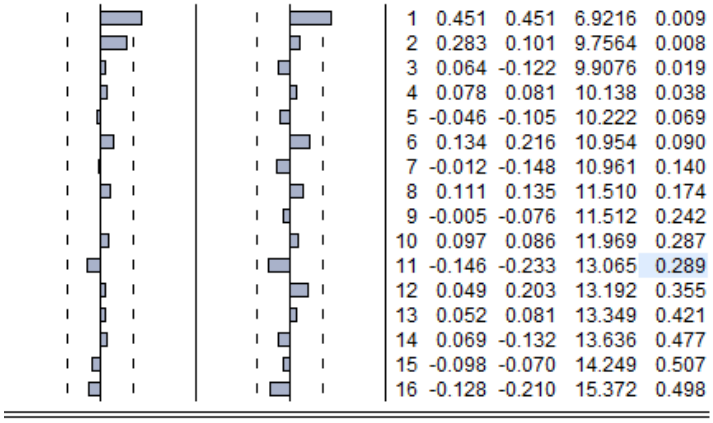
Null Hypothesis: Y has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=7)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.126036	0.0352
Test critical values:	1% level	-3.670170	
	5% level	-2.963972	
	10% level	-2.621007	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

тогтмол стационар стохастик процесс гэдэг нь тогтоогдсон.

Date: 03/24/15 Time: 19:54
Sample: 1 31
Included observations: 31



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.451	0.451	6.9216	0.009
		2	0.283	0.101	9.7564	0.008
		3	0.064	-0.122	9.9076	0.019
		4	0.078	0.081	10.138	0.038
		5	-0.046	-0.105	10.222	0.069
		6	0.134	0.216	10.954	0.090
		7	-0.012	-0.148	10.961	0.140
		8	0.111	0.135	11.510	0.174
		9	-0.005	-0.076	11.512	0.242
		10	0.097	0.086	11.969	0.287
		11	-0.146	-0.233	13.065	0.289
		12	0.049	0.203	13.192	0.355
		13	0.052	0.081	13.349	0.421
		14	0.069	-0.132	13.636	0.477
		15	-0.098	-0.070	14.249	0.507
		16	-0.128	-0.210	15.372	0.498

Харин автокорреляци болон тухайн автокорреляцийн функцыг байгуулбал:

Тус кореллограммыг ажиглавал ARMA(p,q) структур ажиглагдаж байна. Иймээс тус структурын (p,q) утгуудыг тодорхойлохын Акайкегийн мэдээллийн шалгуурын хамгийн бага утганд харгалзах загварыг ашиглана. Матриц байгуулж үүнийг шинжилье:

	AR(0)	**AR(1)**	**AR(2)**	**AR(3)**	**AR(4)**
MA(0)		0.661567	0.683221	0.736544	0.793836
MA(1)	0.69948	0.716657	0.484466	0.550497	0.569168
MA(2)	0.678902	0.29671	0.387442	0.530141	0.633424
MA(3)	0.741895	0.361522	0.565141	0.426068	0.580431
MA(4)	0.482378	0.409935	0.517935	0.527528	0.650334

Өөрөөр хэлбэл бидний авч үзэж буй үзүүлэлт ARMA(1,2) процесст захирагдаж байгаа буюу:

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/24/15 Time: 20:34
Sample (adjusted): 2 31
Included observations: 30 after adjustments
Convergence achieved after 11 iterations
MA Backcast: 0 1

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	16.60946	0.091452	181.6191	0.0000
AR(1)	-0.948150	0.064181	-14.77314	0.0000
MA(1)	1.783927	0.025518	69.90796	0.0000
MA(2)	0.915578	0.024057	38.05923	0.0000

R-squared	0.520296	Mean dependent var	16.63967
Adjusted R-squared	0.464945	S.D. dependent var	0.360713
S.E. of regression	0.263852	Akaike info criterion	0.296710
Sum squared resid	1.810067	Schwarz criterion	0.483536
Log likelihood	-0.450649	Hannan-Quinn criter.	0.356477

F-statistic	9.400020	Durbin-Watson stat	1.801387
Prob(F-statistic)	0.000222		
Inverted AR Roots	-.95		
Inverted MA Roots	-.89-.35i	-.89+.35i	

3. Дүгнэлт

Тус ажлын хүрээнд бид хам баяжмалын металлын агуулыг хэрэглээний математикийн шинжлэх ухааны салбар болох эконометрик болон статистикийн арга техникийг ашиглан загварчилж, шинжлэх оролдлого хийлээ. Шинжилгээний үр дүнд бид нөлөөлөх хүчин зүйлсийн, тэдгээрийн нөлөөллийн хэмжээ болон металлын агуулгын динамикийг тогтоосон:

$$y = 22.7776x_1 + 0.2965x_2 - 0.3201x_5 + 0.2418x_6 + 0.0167x_7$$

$$y\text{: } ARMA(1,2) \text{ стохастик стационар процесс}$$

Эдгээр нь зөвхөн нэг сарын өдрийн мэдээн дээр тулгуурласан мэдээ тул төслийн хэмжээнд нарийвчилсан прогноз хийхэд хангалтгүй. Гэвч загварын ерөнхий бүтцийг гаргаж өгч байгаагаараа ач холбогдолтой. Цаашдын ажлуудад илүү олон сарын тасралтгүй мэдээн дээр суурилан урт хугацааны хамаарал буюу VECM (Vector Error Correction Model) мөн богино хугацааны VAR (Vector Auto Regressive) загвараар прогноз хийх шаардлагатай. Өөрөөр хэлбэл хам баяжмал дахь зэсийн агуулгыг богино болон урт хугацаанд төлөвлөх боломжтой юм.

4. Ашигласан материал

1. “Introductory Econometrics: A Modern Approach”, J.M.Wooldridge, 5th edition.
2. “Applied Econometric Time Series”, W.Enders, 3rd edition.
3. “Hypothesis Testing and Statistical Power of a Test”, H.M.Park, Indiana University.